

Clase 9

Funciones trigonométricas inversas.

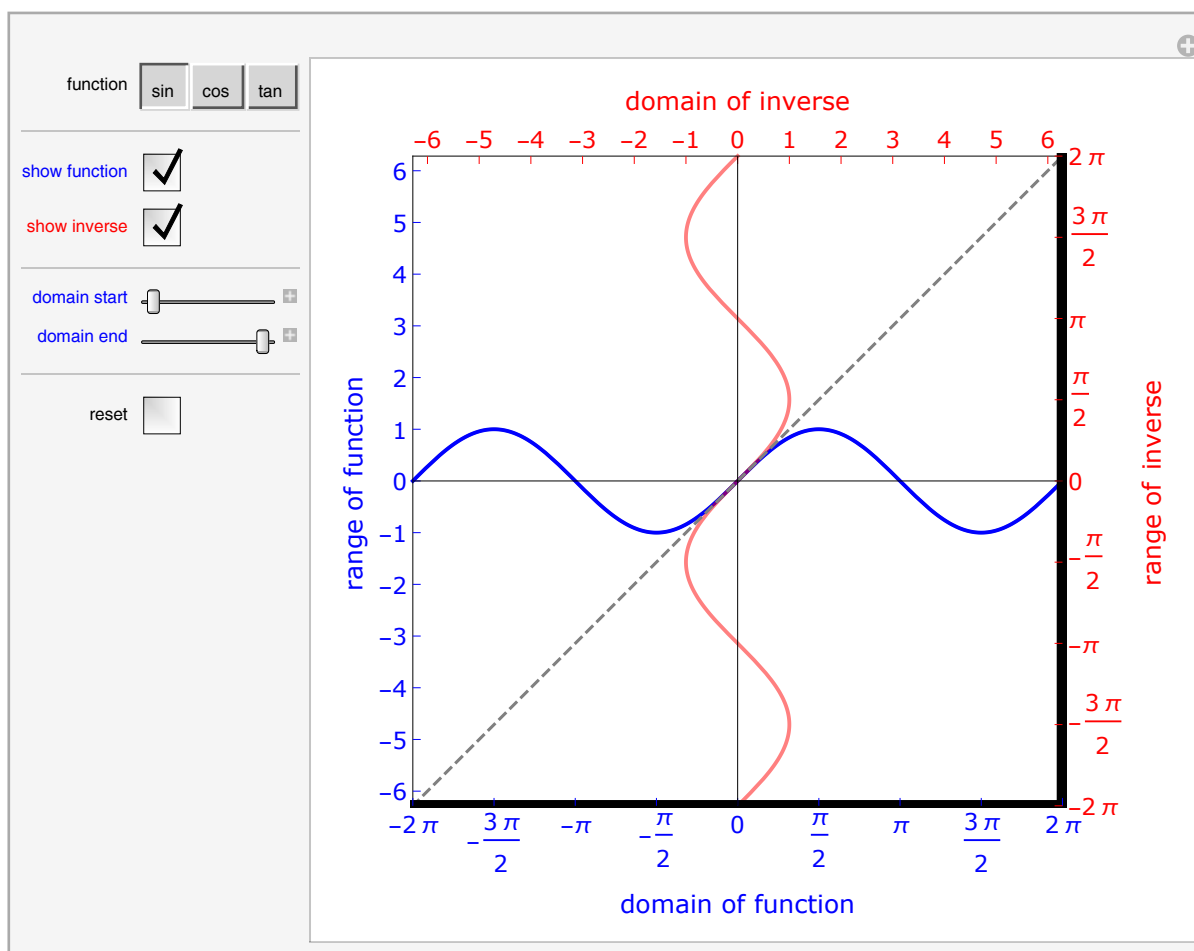
Jorge Ramirez,
Escuela de Matemáticas,
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.
Todos los derechos reservados.

Definición

Las funciones trigonométricas son periódicas, y por tanto **no son invertibles**. Sin embargo, a uno le interesa en muchos casos resolver la pregunta: para cuáles valores de θ se cumple $\sin(\theta) = x$?

Dominios donde las funciones trigonométricas si se pueden invertir

Cada función trigonométrica es uno a uno en muchos intervalos, y en ellos se pueden definir las inversas:



- \sin es invertible en $[-\pi/2, \pi/2]$

- \cos es invertible en $[0, \pi]$
- \tan es invertible en $[-\pi/2, \pi/2]$

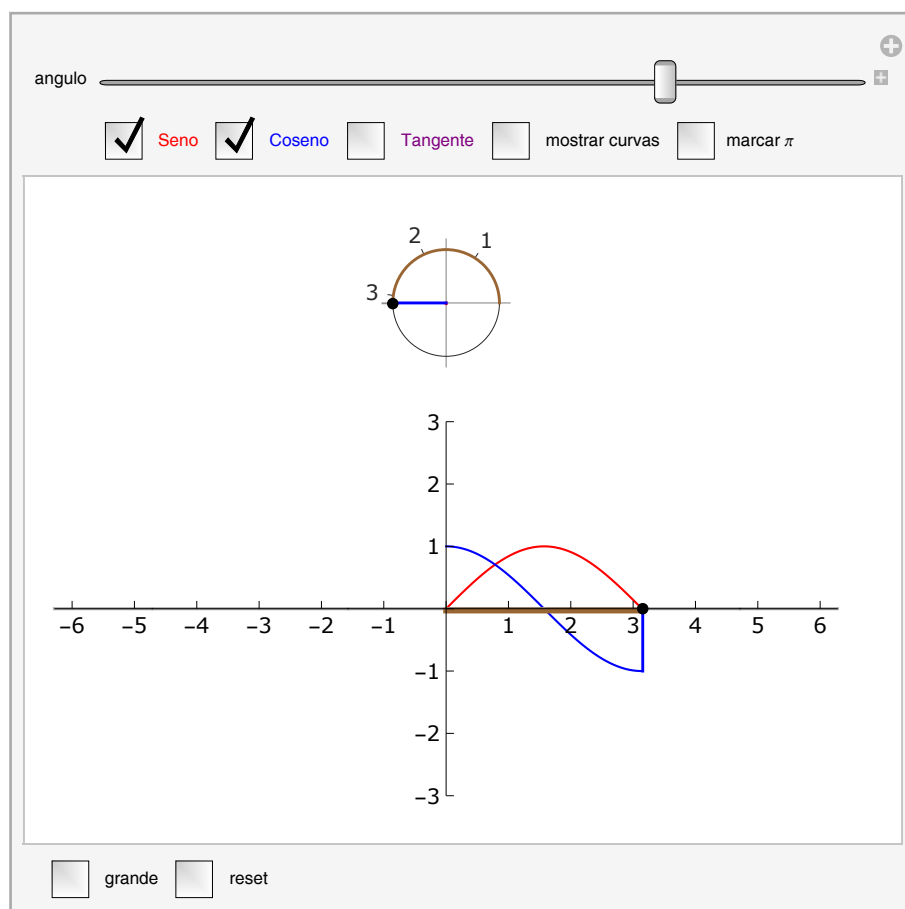
Definiciones

$\sin^{-1}(x) = \arcsin(x) = \text{ángulo } \alpha \in [-\pi/2, \pi/2] \text{ tal que } \sin(\alpha) = x$

$\cos^{-1}(x) = \arccos(x) = \text{ángulo } \alpha \in [0, \pi] \text{ tal que } \cos(\alpha) = x$

$\tan^{-1}(x) = \arctan(x) = \text{ángulo } \alpha \in [-\pi/2, \pi/2] \text{ tal que } \tan(\alpha) = x$

El problema con esta definición es que \sin^{-1} no es la “función inversa” de \sin , sino que es la función inversa de \sin restringida a $[-\pi/2, \pi/2]$.



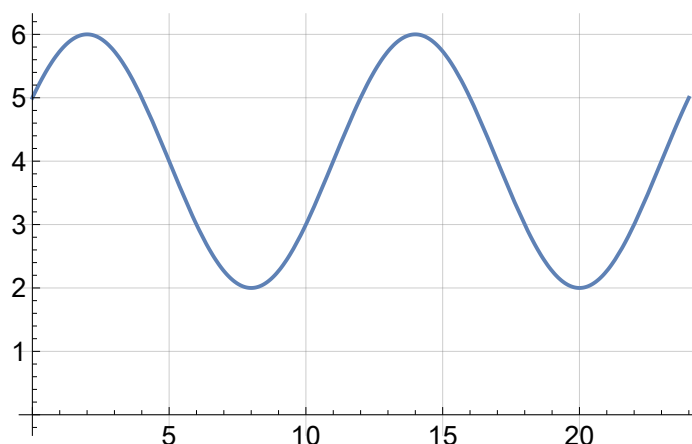
Ejemplos

- Hacer las gráficas y relacionar \sin^{-1} con \cos^{-1} mediante transformaciones
- $\arcsin(\frac{1}{2}) =$
- Cuál es el ángulo mayor que $\pi/2$ con \sin igual a $1/2$?
- $\sin(\arcsin(1/2)) =$
- $\arcsin(\sin(\pi/2)) =$
- $\arcsin(\sin(3\pi/2)) =$

Aplicaciones

La marea

```
M[t_] := 2 Cos[ $\frac{2 \pi}{12} (t - 2)$ ] + 4;
Plot[M[t], {t, 0, 24}, PlotStyle -> Thick,
  AxesOrigin -> {0, 0}, GridLines -> Automatic]
```



- Qué pasa si le saco la inversa a M usando arcos?
- Calcule la primera hora del día a la cual la marea es igual a 4 metros.
- Calcule la hora del día a la cual la marea es igual a 4 metros y va subiendo.
- Halle la inversa de la función cuando la marea está subiendo por primera vez.

Resolver triángulos

Resolver un triángulo de lados a , b , c y ángulos α , β , γ con $a = 10$, $b = 6$, $\beta = \frac{\pi}{6}$. Ojo, hay múltiples soluciones.

LAA
LLA
LAL
LLL

a

α

b

β

c

γ

solve ☒

area ☐

labels ☒

large ☒

reset ☐

a = 10.

b = 6.

$c_1 = 11.98$

or

$c_2 = 5.34$

$\alpha_1 = 56.44^\circ$ or $\alpha_2 = 123.$

$\beta = 30.^\circ$

$\gamma_1 = 93.56^\circ$

$\gamma_2 = 26.44^\circ$

Simplificación de expresiones

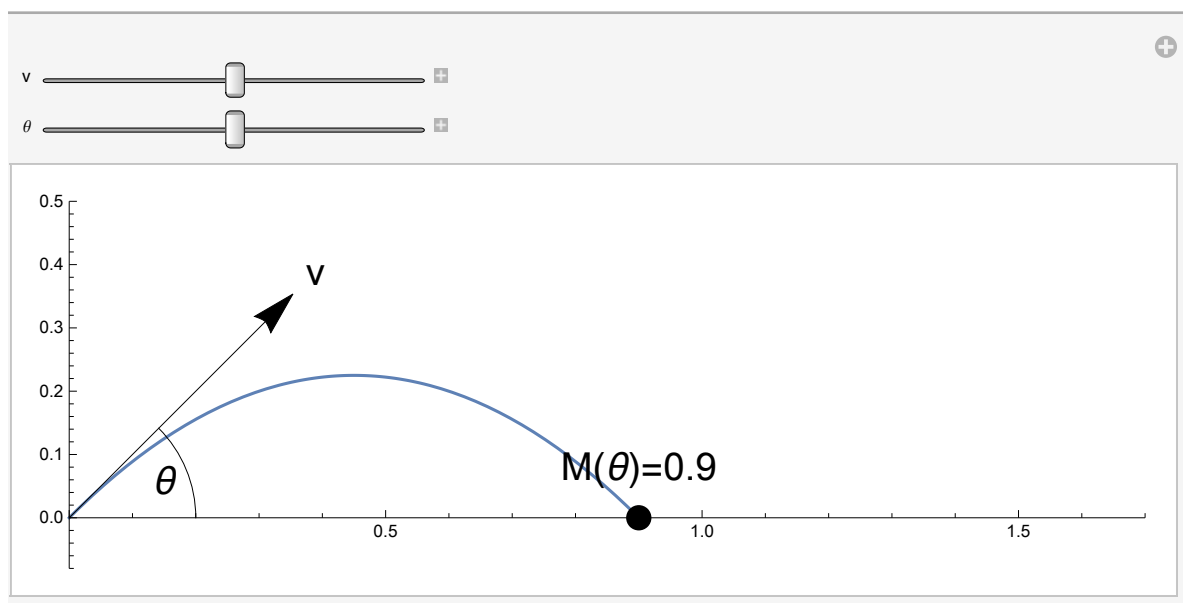
- $\sin(\sin^{-1}(\theta)) = \theta$ si $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$
- $\cos(\sin^{-1}(\frac{1}{2})) =$
- $\cos(\sin^{-1}(x)) =$
- $\sin(\tan^{-1}(x)) =$

Modelación en física

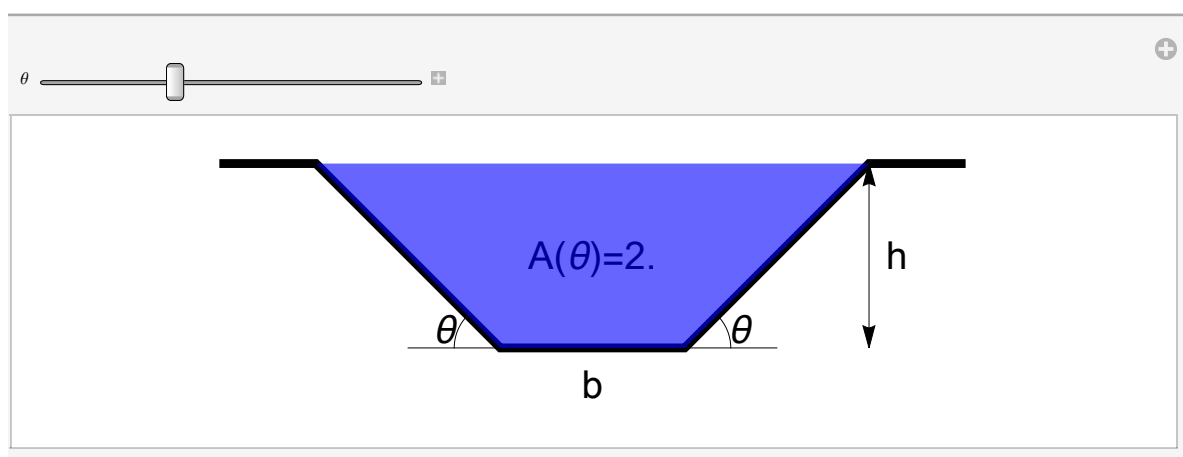
Un proyectil con velocidad inicial v formando un ángulo θ con la vertical tiene un alcance máximo de

$$M(\theta) = \frac{v^2}{g} \sin(2\theta), \quad \theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

Halle la inversa de M y gráfiquela para $v = 2$.



Modelación geométrica



Halle $A(\theta)$, su inversa y gráfiquela.

Jorge Ramirez,
Escuela de Matemáticas,
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.
Todos los derechos reservados.