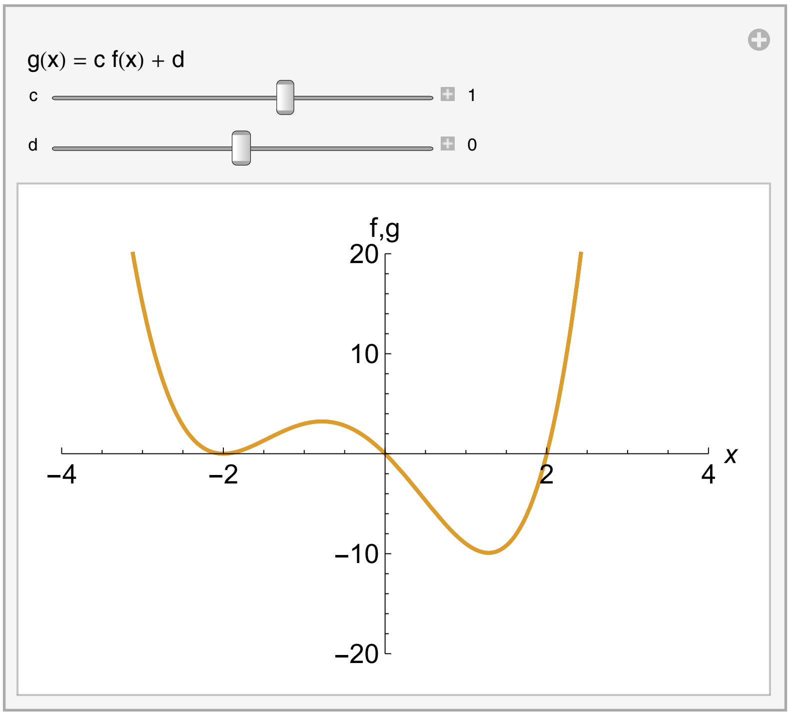
Clase 4

Transformaciones de funciones: desplazamientos verticales y horizontales, alargamientos verticales y horizontales.

Jorge Ramirez,
Escuela de Matemáticas,
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.

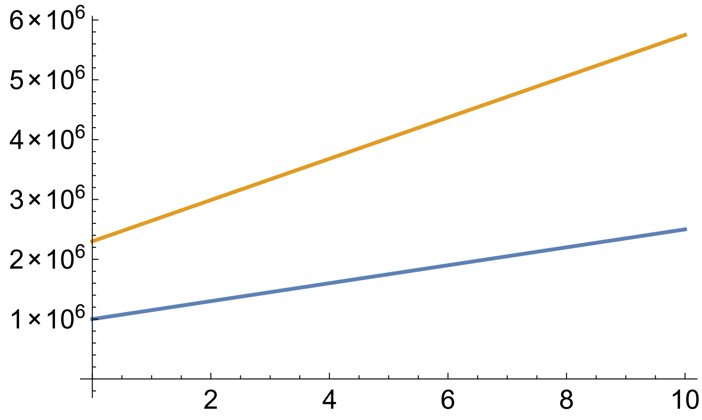
Transformaciones verticales

- $f(x) + d$: traslación vertical d unidades.
- $c\,f(x)$: dilación en el sentido vertical. Si $0 < c < 1$, la gráfica se encoje, si $1 < c$ la gráfica se alarga. Si $c < 0$, además de la dilación, hay una reflexión al rededor del eje horizontal.



Ejemplo:

1 COP = 2.3 PYG (guaraníes, parguay). Suponga que $S_C = f(t) = 10^6 + 150\,000\,t$ es el sueldo en función del tiempo en COP. El mismo sueldo será en PYG dado por otra función $S_P = g(t) = 2.3\,f(t)$.



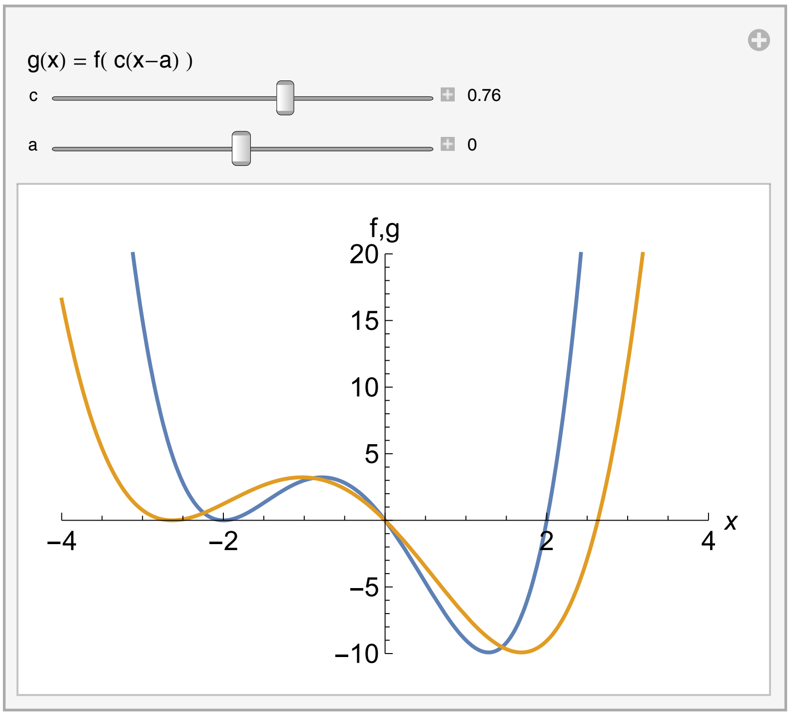
Transformaciones horizontales

- $f(x-a)$: traslación a la derecha ($a>0$) o a la izquierda ($a<0$).

  A $g(x)=f(x-a)$ le pasa en $x=0$ lo que a f le pasaba en $x=a$. Por tanto la gráfica de g es movida hacía la izquierda para $a>0$.

- $f(b\,x)$: dilación en el sentido horizontal. Si $0<b<1$, la gráfica se encoje, si $1<b$ la gráfica se alarga. Si $b<0$, además de la dilación, hay una reflexión al rededor del eje vertical.

  Empezar con $f(x)=\text{sen}(x)$, $g(x)=\text{sen}(2\,x)$. Se observa que lo que se hacía f entre $[0,\ 2\,\pi]$, ahora lo hace g en $[0,\ \pi]$. Entonces se encoje.

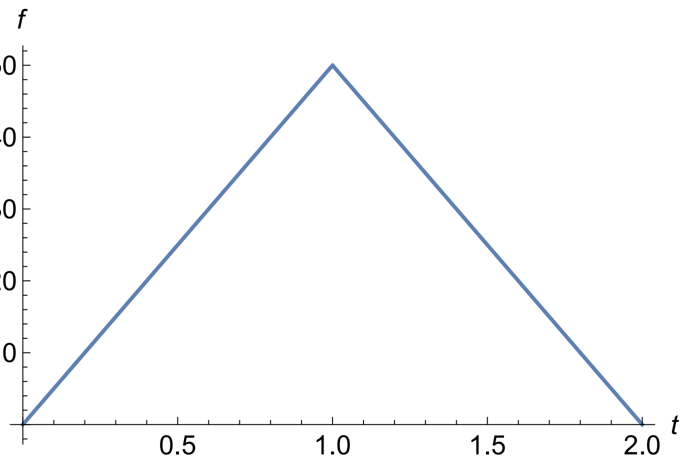


Ejemplos:

- Explicar gráficamente por qué: $\cos(x)=\text{sen}(x+\pi/2)$

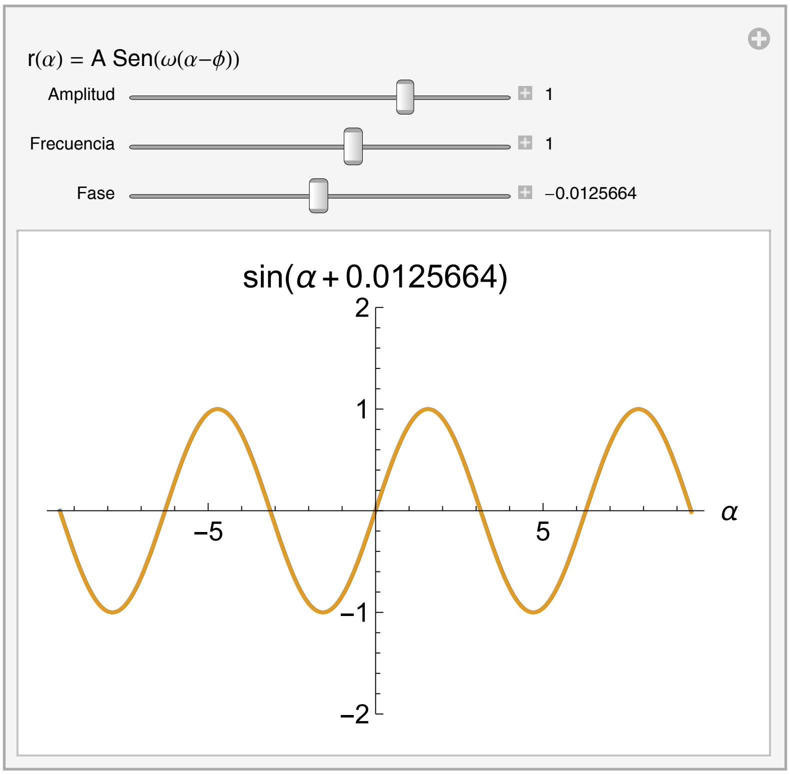
- $T = f(h)$ es la temperatura del aire en Medellín, h es la altura sobre el nivel del valle. $f(h) = 30 - \frac{1}{100} h$ para $0 \le h \le 1000$, $f(h) = 10$ para $h \ge 1000$. Suponga que x es la altura sobre el edicio Coltejer (a 100 metros sobre el nivel del valle). Entonces $T = g(x)$. Hacer gráfica, y deducir que $g(x) = f(h - 100)$. Escribir fórmula.
- $x = f(t)$ es distancia recorrida, t es tiempo en minutos, $t \in [0, 2]$, y f es la siguiente función triangular:

```
Plot[50 - Abs[50 (x - 1)], {x, 0, 2}, AxesLabel → {t, f}]
```



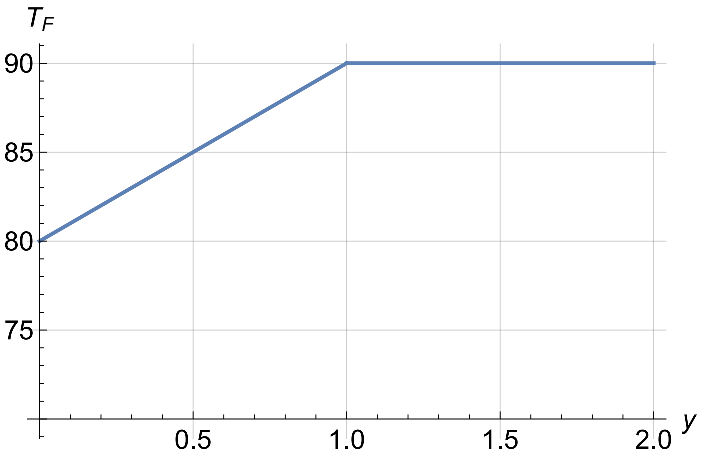
Sea s el tiempo en segundos, entonces $x = g(s)$. Hacer la gráfica de g. Llegar a que $g(s) = f(60\,t)$, escribir fórmula de g.

Repaso



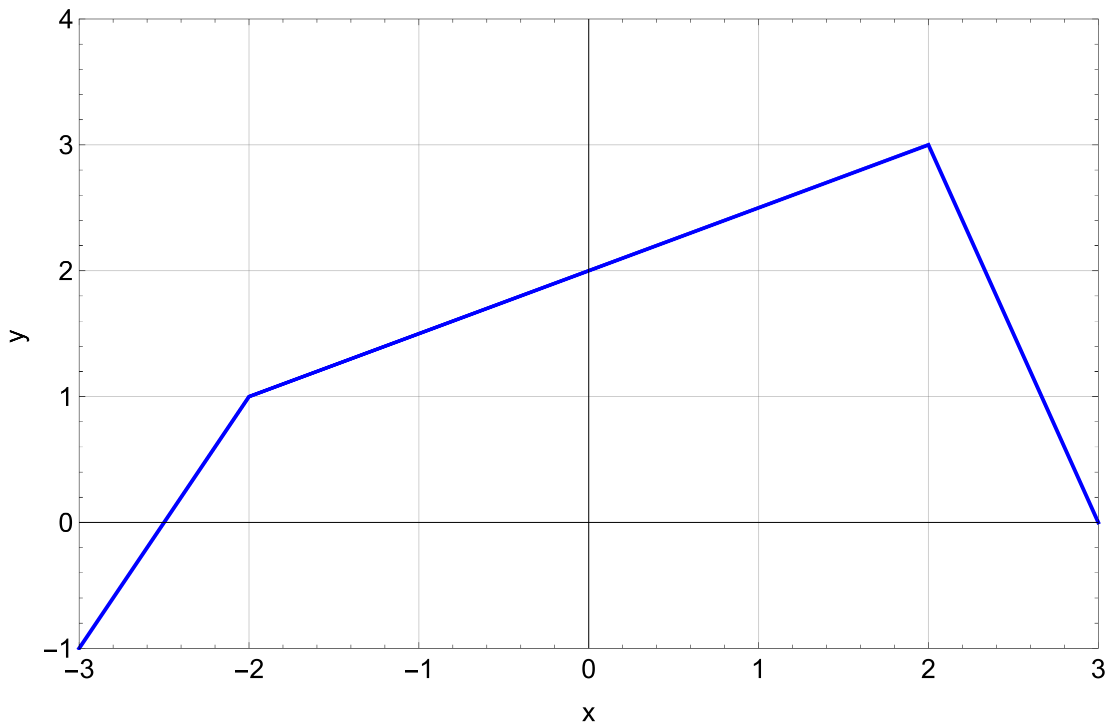
Ejemplos:

- En un artículo de una revista de ingeniería industrial, dice que la temperatura sobre una barra de 2 metros, es $T_F = f(y)$ donde y es la distancia medida desde el extremo izquierdo en metros, T_F es la temperatura en grados Farenheit y está dada por la siguiente gráfica.

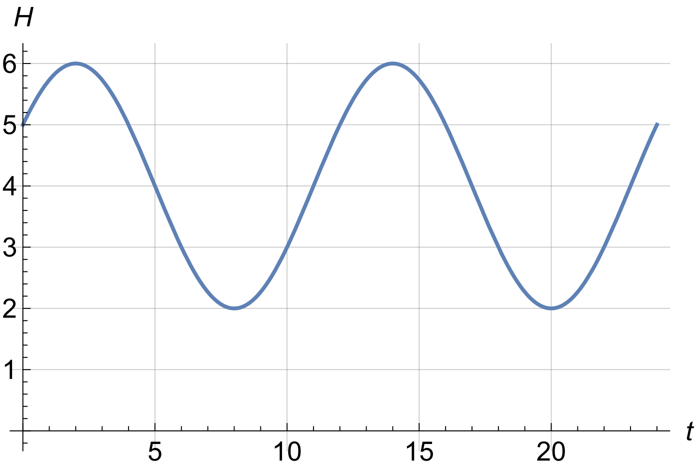


Sea $T_C(x) = g(x)$ la temperatura de la barra en grados centígrados como función de la distancia al centro de la barra en centímetros. Hacer la gráfica de g, deducir que $g(x) = \frac{5}{9}\left(f\left(\frac{x}{100} - 1\right) - 32\right)$, escribir la fórmula de g.

- Dada la siguiente gráfica de g, graficar $f(x) = \frac{1}{2}\left| g(2 - 3x) - 1 \right|$



- **L**a altura de la marea en Tumaco es muy regular: el minimo de 2 metros ocurre a las 4 AM y el máximo de 6 metros a las 4 PM, con un período de 12 horas. Mostrar la gráfica y llegar a un modelo para $H = f(t)$ a partir de $\cos(t)$ o $\sin(t)$.



Jorge Ramirez,
Escuela de Matemáticas,
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.