

Clase 23

Tasas de cambio relacionadas

Jorge Ramirez,
Escuela de Matemáticas,
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.
Todos los derechos reservados.

Lo básico

Dado el modelo

Suponga que se tienen $n = 0.85$ moles de Helio, que ocupan un volumen $V = 0.012 \text{ m}^3$ a una temperatura de 273 K .

$$PV = nRT, \quad R = 8.2057 \times 10^{-5} \frac{\text{atm}^3}{\text{mol K}}$$

Qué la pasa a la presión si se comienza a expandir el gas a una tasa de $0.005 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$ y a calentarse a una tasa de 2 K/min ?

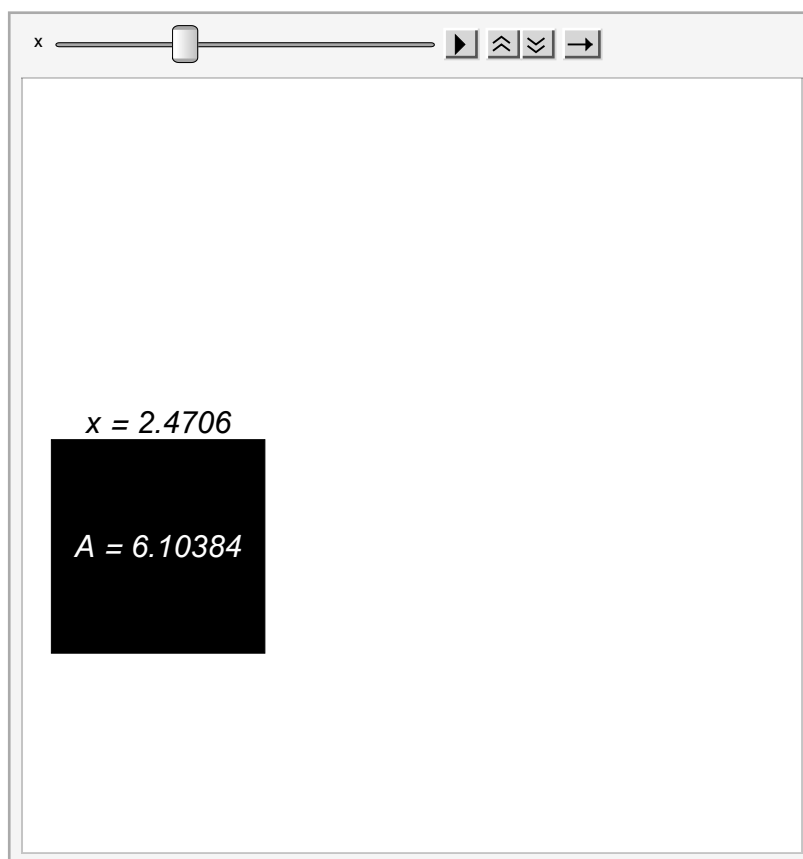
$$\begin{aligned}n &= 0.85; \\V &= 0.012; \\T &= 273; \\R &= 8.2057 \times 10^{-5}; \\\frac{dV}{dt} &= 0.005; \\\frac{dT}{dt} &= 2;\end{aligned}$$

$$P = \frac{nRT}{V}$$
$$1.58678$$

$$\frac{nR}{V} \frac{dT}{dt} - \frac{P}{V} \frac{dV}{dt}$$
$$-0.649532$$

Sin dar el modelo

Un cuadrado de 2 cm de lado se agranda de manera que la longitud de cada lado crece a una tasa de 0.5 cm/s . A qué velocidad aumentando el área del cuadrado cuando el lado es de 3 cm ?



Estrategia

- Lea, entienda, dibuje
- Introduzca una notación
- Determine cuáles variables dependen del tiempo.
- e indentifique qué le están preguntando y que datos tiene.
- Halle una relación entre las variables
- Derive para hallar una relación entre las tasas de cambio de las variables.
- Calcule

Ejemplos

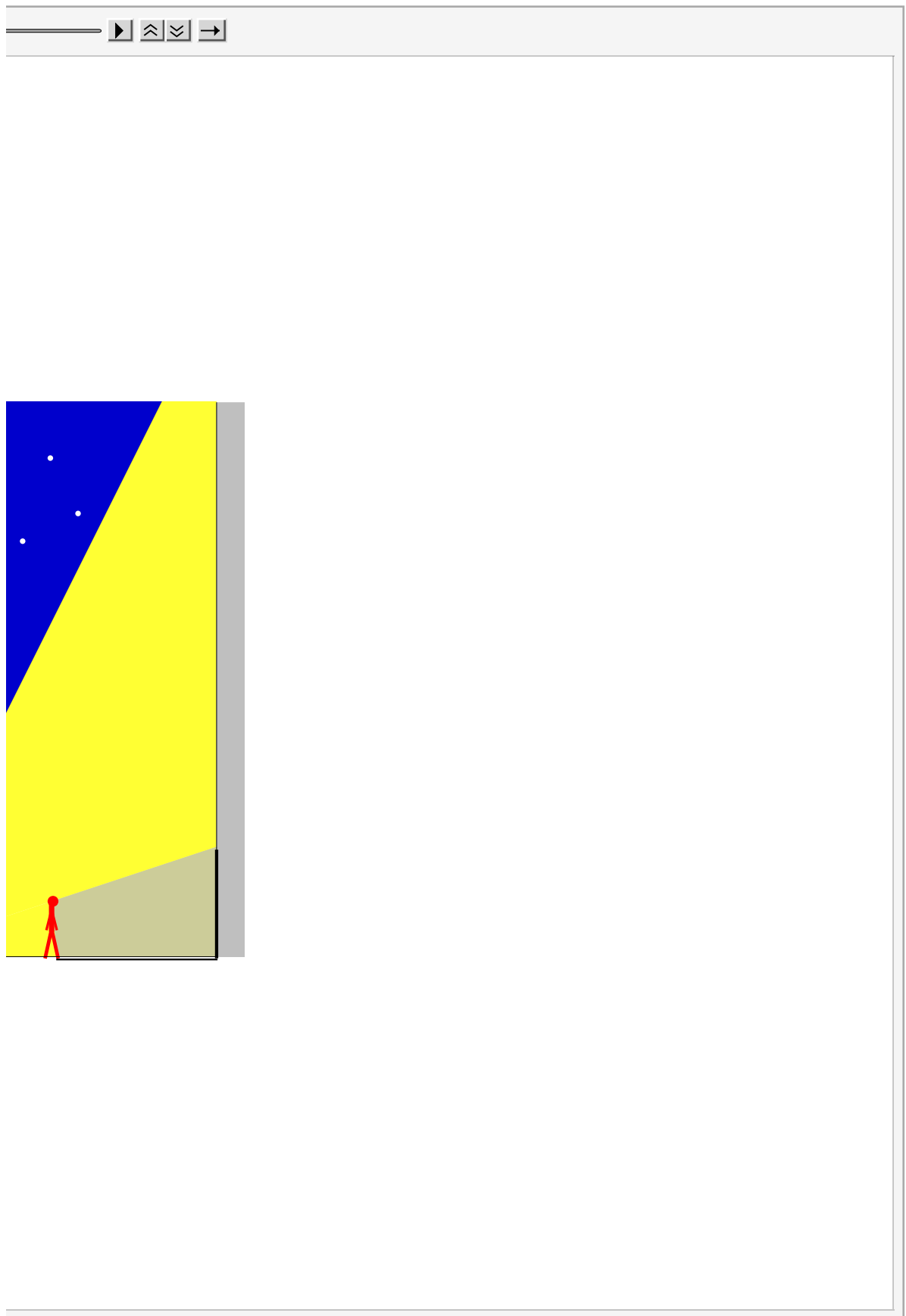
Un cohete

Suponga que un cohete de 34000 Kg se aleja de la tierra a una velocidad de 12 Km/s (la velocidad de escape es 11.2 Km/s), y usa como combustible oxígeno líquido a razón de 1340 L/seg (densidad = 1141 Kg/m³). Qué le pasa a la fuerza gravitacional que le hace la tierra cuando se encuentra a 2 Km del suelo?

$$F = \frac{GmM}{r^2}, \quad G = 6.67384 \times 10^{-11} \frac{m^3}{Kg s^2}, \quad r_T = \text{radio de la tierra} = 6371 \text{ Km}$$

La sombra

A que velocidad se reduce la sombra de una persona producida sobre una pared?



La escalera mortal

Una escalera de 1.5 metros reposa sobre una pared. El extremo inferior se mueve horizontalmente a una velocidad de un metro por segundo. A qué velocidad cae el extremo superior?

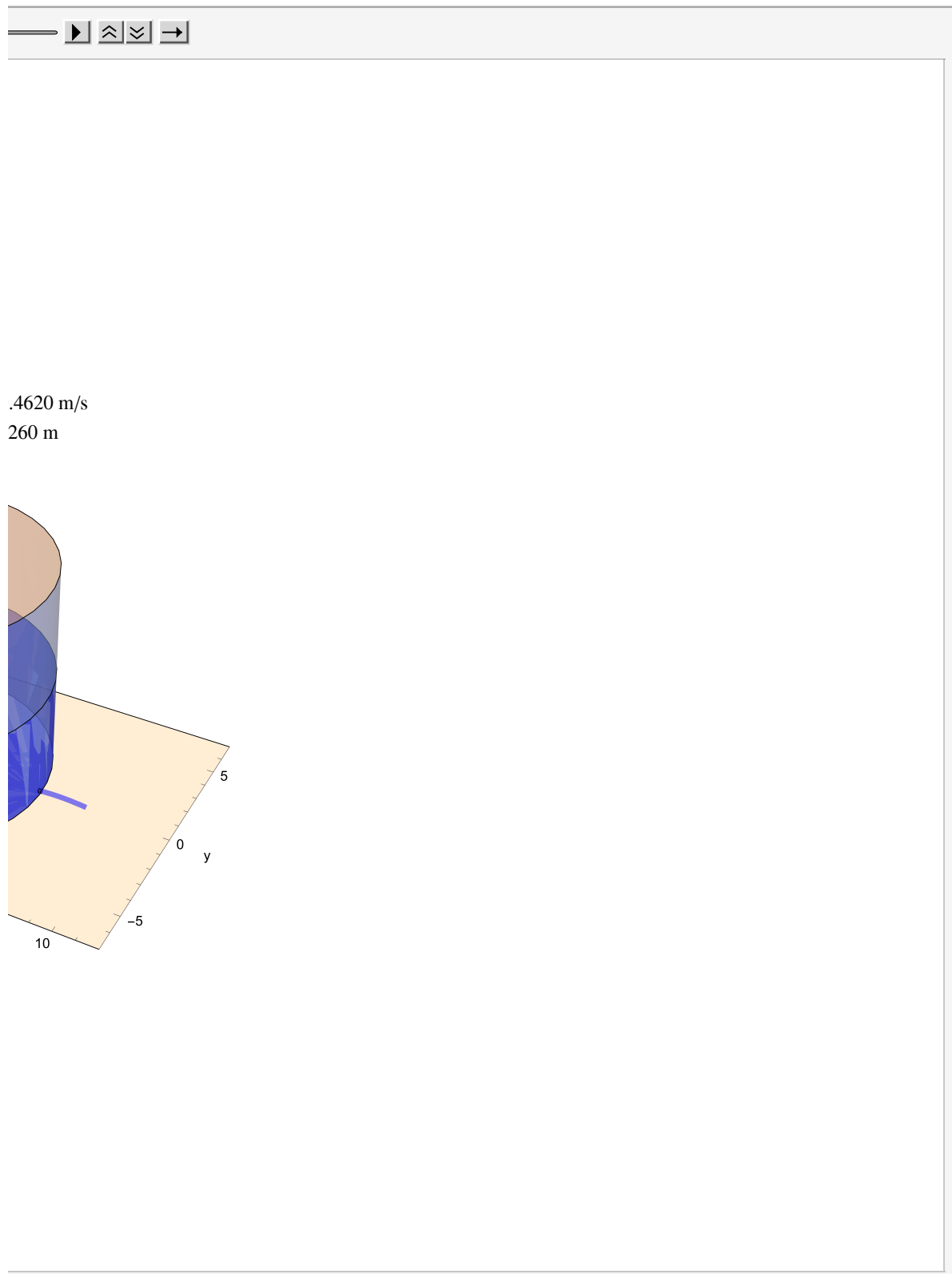


La glorieta

Suponga que un carro le está dando vueltas a una glorieta de 30 m de radio, y completa una vuelta en 20 segundos. A qué velocidad se mueven sus ruedas?

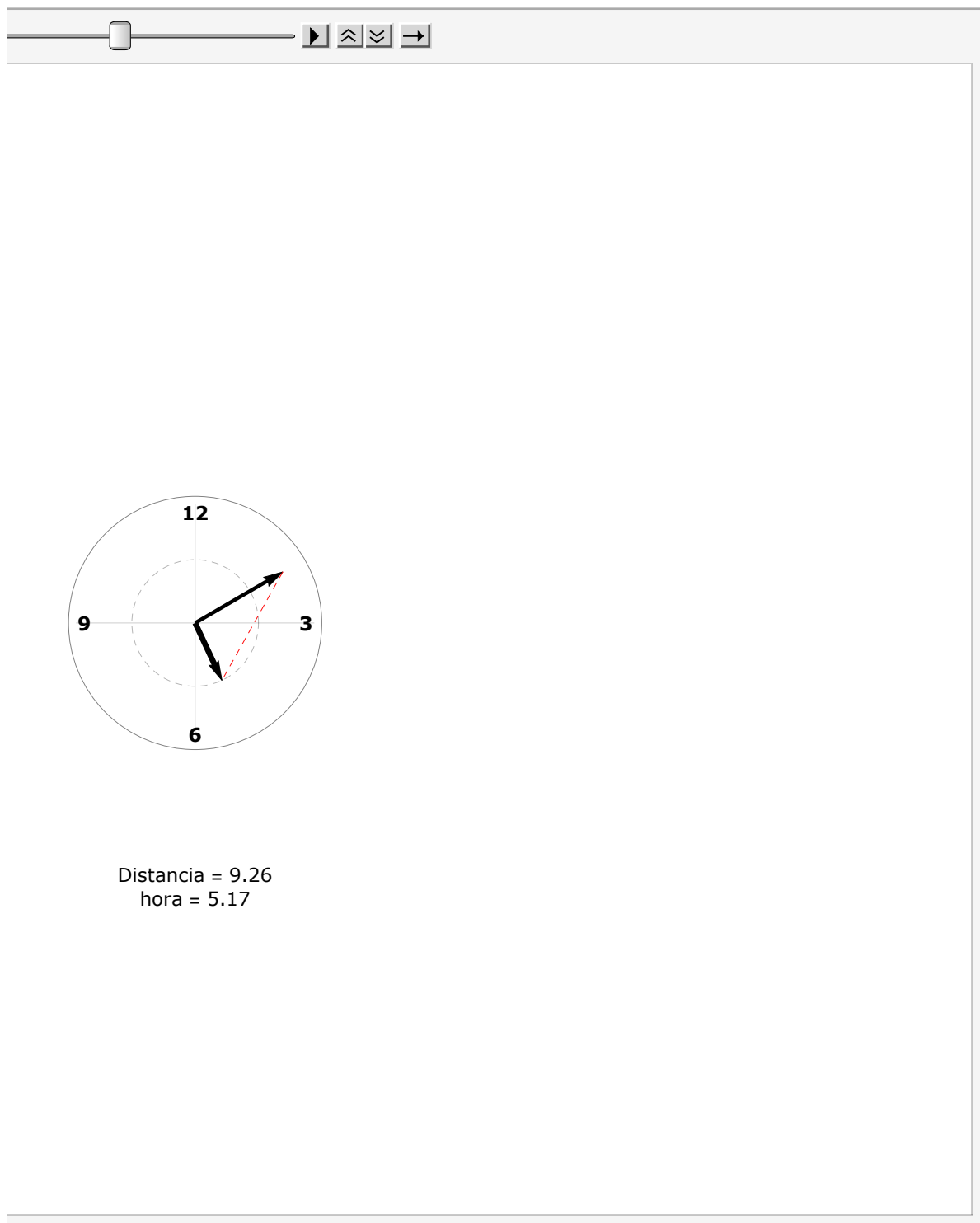
Un tanque

De un tanque cilíndrico de 6 metros de radio y 10 de alto sale agua por un tubo de 10 cm de radio. A qué velocidad baja el nivel del agua del tanque cuando va en la mitad?.



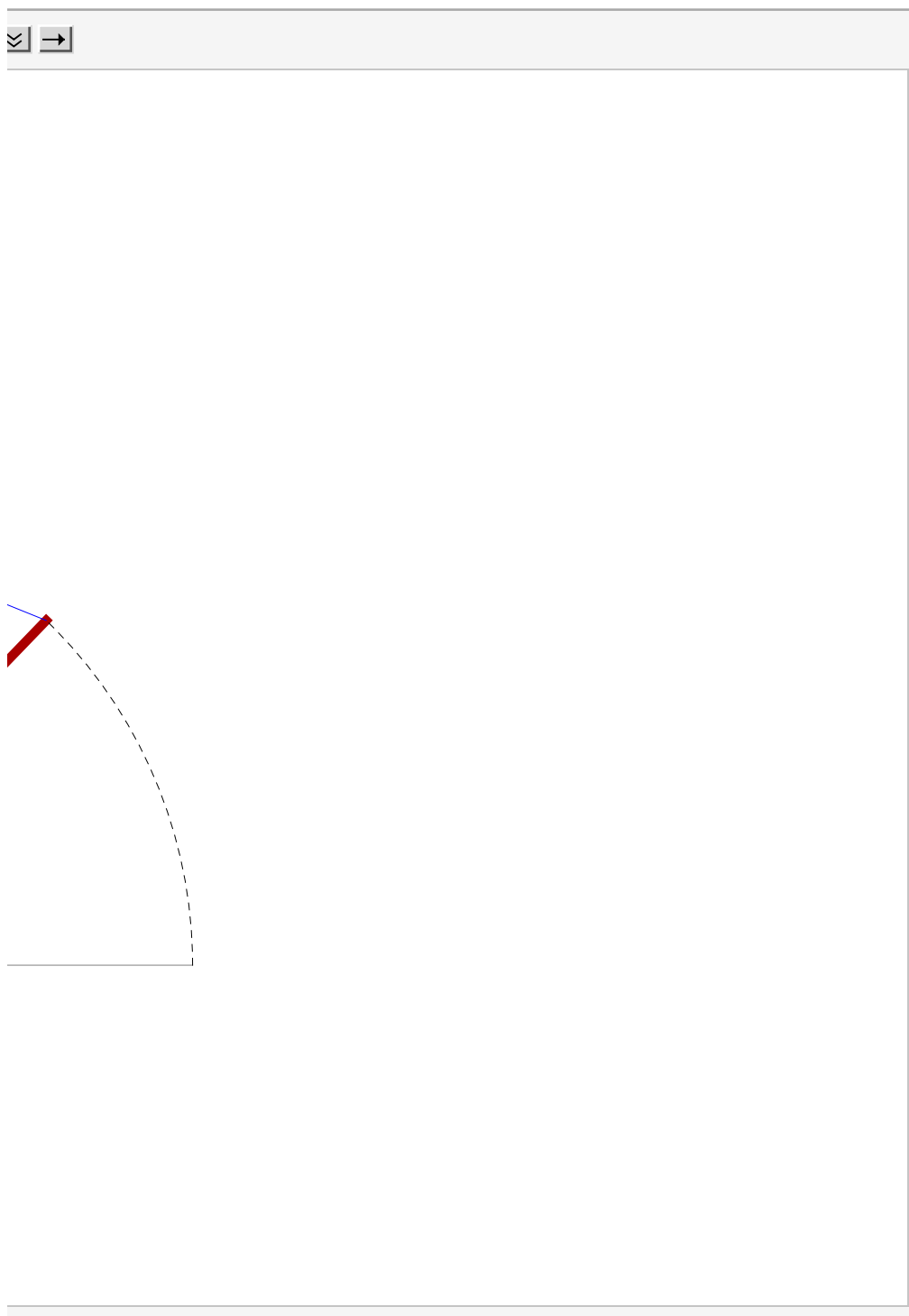
Un reloj

A qué velocidad se están separando o acercando las puntas de la manecillas de un reloj?



Subir un poste

A qué velocidad vertical sube el poste si se sabe que la polea da 1 vuelta cada 10 segundos?



Jorge Ramirez,
Escuela de Matemáticas,
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.
Todos los derechos reservados.